Alfred Tarski

La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica

3

nv fichas

Ediciones Nueva Visión
Buenos Aires

Colección Fichas
Dirigida por Guillermo Rabinovich

Alfred Tarski

La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica

Ediciones Nueva Visión

Título del original en inglés: "The Semantic Conception of Truth", en *Philosophy and Phenomenological Research*, 4, 1944.
Traducción de Emilio Colombo

© 1972 por Ediciones Nueva Visión SAIC
Viamonte 494, Buenos Aires, Rep. Argentina
Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723
Impreso en la Argentina / Printed in Argentina
Queda prohibida toda reproducción parcial o total

Este trabajo consta de dos partes: la primera es de carácter expositivo, y la segunda es más bien polémica.

En la primera parte me propongo resumir de manera no formal los principales resultados de mis investigaciones concernientes a la definición de la verdad y al problema, más general, de los fundamentos de la semántica. Estos resultados están incorporados en una obra publicada hace varios años.[1] Aunque mis investigaciones conciernen a conceptos de los que se ha ocupado la filosofía clásica, se las conoce comparativa-

[1] Compárese Tarski (2) (véase la bibliografía al final de este trabajo). Esta obra puede consultarse para encontrar una presentación más detallada y formal del asunto de que trata esta memoria, y en particular de los tópicos incluidos en las secciones 6 y 9 a 13. También contiene referencias a mis primeras publicaciones sobre los problemas semánticos (una comunicación en polaco, 1930; el artículo Tarski (1) en francés, 1931, una comunicación en alemán, 1932; y un libro en polaco, 1933). La parte expositiva del presente trabajo se relaciona con Tarski (3). Mis investigaciones sobre la noción de verdad y sobre la semántica teórica han sido reseñadas o discutidas por Hofstadter (1), Juhos (1), Kokoszynska (1) y (2), Kotarbinski (2), Scholz (1), Weinberg (1) *et al.*

mente poco en los círculos filosóficos a causa de su carácter estrictamente técnico. Por esta razón espero que se me excusará por retomar el asunto.[2]

Desde que apareció mi obra, mis investigaciones han suscitado varias objeciones de valor desigual; algunas de ellas fueron publicadas y otras fueron formuladas en discusiones públicas y privadas en que he tomado parte.[3] En la segunda parte de este trabajo expondré mis opiniones acerca de estas objeciones. Espero que las observaciones que formularé al respecto no sean consideradas de carácter puramente polémico, sino que se encuentre en ellas algunas contribuciones constructivas al asunto.

En la segunda parte de este trabajo hago amplio uso de materiales gentilmente puestos a mi disposición por la Dra. Marja Kokoszynska (Universidad de Lwów). He contraído una deuda de gratitud con los profesores Ernest Nagel (Universidad de Columbia) y David Rynin (Universidad de California), quienes me han ayudado a preparar el texto final y me han hecho varias observaciones críticas.

[2] Puede esperarse que aumente el interés por la semántica teórica, de resultas de la reciente publicación de la importante obra de Carnap (2).

[3] Esto se aplica, en particular, a las discusiones públicas durante el 1er. Congreso Internacional para la Unidad de la Ciencia (París, 1935) y la Conferencia de Congresos Internacionales para la Unidad de la Ciencia (París, 1937); cfr., por ejemplo, Neurath (1) y Gonseth (1).

I. Exposición

1. El problema principal: una definición satisfactoria de la verdad. Nuestro discurso tendrá como centro la noción[4] de *verdad.* El problema principal es el de dar una *definición satisfactoria* de esta noción, es decir, una definición que sea *materialmente adecuada y formalmente correcta.* Pero semejante formulación del problema no puede, por su generalidad, considerarse inequívoca; requiere, pues, algunos comentarios adicionales.

Con el fin de evitar toda ambigüedad, debemos comenzar por especificar las condiciones en que la definición de verdad será considerada adecuada desde el punto de vista material. La definición

[4] Las palabras 'noción' y 'concepto' se usan en este trabajo con toda la vaguedad y ambigüedad con que figuran en la literatura filosófica. De modo que unas veces se refieren simplemente a un término, otras a lo que el término significa, y en otros casos a lo que denota un término. A veces no tiene importancia determinar cuál de estas interpretaciones se tiene en cuenta; y en ciertos casos tal vez ninguna de ellas se aplica adecuadamente. Si bien en principio comparto la tendencia a evitar estos términos en toda discusión exacta, no he considerado necesario hacerlo así en esta presentación informal.

deseada no se propone especificar el significado de una palabra familiar que se usa para denotar una noción nueva; por el contrario, se propone asir el significado real de una noción vieja. Por consiguiente, debemos caracterizar esta noción con la suficiente precisión para que cualquiera pueda determinar si la definición desempeña realmente su tarea.

En segundo lugar, debemos determinar de qué depende la corrección formal de la definición. Por esto, debemos especificar las palabras o conceptos que deseamos usar al definir la noción de verdad; y también debemos dar las reglas formales a que debiera someterse la definición. Hablando con mayor generalidad, debemos describir la estructura formal del lenguaje en que se dará la definición.

El tratamiento de estos puntos ocupará una considerable porción de la primera parte de este trabajo.

2. La extensión del término 'verdadero'. Comenzaremos por hacer algunas observaciones acerca de la extensión del concepto de verdad que aquí consideramos.

El predicado '*verdadero*' se usa a veces con referencia a fenómenos psicológicos, tales como juicios o creencias, otras veces en relación con ciertos objetos físicos —a saber, expresiones lingüísticas y, específicamente, oraciones [*sentences*]— y a veces con ciertos entes ideales llamados 'proposiciones' Por 'oración' entenderemos aquí lo que en gramática se llama

usualmente 'oración enunciativa'; en lo que respecta al término 'proposición', su significado es, notoriamente, tema de largas disputas de varios filósofos y lógicos, y parece que nunca se lo ha tornado bastante claro e inequívoco. Por diversas razones, lo más conveniente parece *aplicar el término 'verdadero' a las oraciones;* es lo que haremos.[5]

Por consiguiente, siempre debemos relacionar la noción de verdad, así como la de oración, a un lenguaje específico; pues es obvio que la misma expresión que es una oración verdadera en un lenguaje puede ser falsa o carente de significado en otro.

Desde luego, el hecho de que en este lugar nos interese primariamente la noción de verdad de las oraciones no excluye la posibilidad de extender subsiguientemente esta noción a otras clases de objetos.

3. El significado del término 'verdadero'. El problema del significado (o intensión) del concepto de verdad plantea dificultades mucho más graves.

La palabra '*verdad*', como otras palabras del lenguaje cotidiano, ciertamente no es inequívoca. Y no me parece que los filósofos que han tratado este concepto hayan ayudado a disminuir su ambigüedad. En las obras y discusiones de

[5] Para nuestros fines es más conveniente entender por 'expresiones', 'frases', etc., no inscripciones individuales, sino clases de inscripciones de forma similar (por consiguiente, no cosas físicas individuales, sino clases de tales cosas).

filósofos encontramos muchas concepciones diferentes de la verdad y de la falsedad; debemos indicar cuál de ellas constituirá la base de nuestra discusión.

Quisiéramos que nuestra definición hiciese justicia a las intuiciones vinculadas con la *concepción aristotélica clásica de la verdad,* intuiciones que encuentran su expresión en las conocidas palabras de la *Metafísica* de Aristóteles:

> *Decir de lo que es que no es, o de lo que no es que es, es falso, mientras que decir de lo que es que es, o de lo que no es que no es, es verdadero.*

Si quisiéramos adaptarnos a la terminología filosófica moderna, quizá podríamos expresar esta concepción mediante la familiar fórmula:

> *La verdad de una oración consiste en su acuerdo (o correspondencia) con la realidad.*

(Se ha sugerido el término "teoría de la correspondencia" para designar una teoría de la verdad que se base en esta última formulación.)

En cambio, si decidimos extender el uso popular del término 'designa' aplicándolo no sólo a nombres, sino también a oraciones; y si acordamos hablar de los designados [*designata*] de las oraciones como de "estados de cosas", posiblemente podríamos usar, para los mismos fines, la oración siguiente:

Una oración es verdadera si designa un estado de cosas existente.[6]

Sin embargo, todas estas formulaciones pueden conducir a diversos equívocos, pues ninguna de ellas es suficientemente precisa y clara (aunque esto se aplica mucho menos a la formulación aristotélica original que a cualquiera de las otras); en todo caso, ninguna de ellas puede considerarse una definición satisfactoria de la verdad. De nosotros depende que busquemos una expresión más precisa de nuestras intuiciones.

4. Un criterio de adecuación material de la definición.[7] Empecemos con un ejemplo concreto. Consideremos la oración '*la nieve es blanca*'. Nos preguntamos en qué condiciones esta oración es verdadera o falsa. Parece claro que, si nos basamos sobre la concepción clásica

[6] Para la formulación aristotélica, véase Aristóteles (1), T, 7, 27. Las otras dos formulaciones son muy comunes en la literatura, pero no sé a quiénes se deben. Puede encontrarse un tratamiento crítico de varias concepciones de la verdad p. ej. en Kotarbinski (1) (en polaco solamente por ahora), pp. 123 y ss., y Russell (1), pp. 362 y ss.

[7] En lo que respecta a la mayoría de las observaciones contenidas en las secciones 4 y 8, reconozco mi deuda para con S. Lesniewski, quien las desarrolló en sus clases inéditas en la Universidad de Varsovia (en 1919 y años posteriores). Sin embargo, Lesniewski no anticipó la posibilidad de un desarrollo riguroso de la teoría de la verdad, y menos aún de una definición de esta noción; por consiguiente, si bien señaló equivalencias de la forma (T) como premisas de la antinomia del mentiroso, no las concibió como condiciones suficientes para un uso adecuado (o definición) de la noción de verdad. Tampoco se le deben las observaciones de la sección 8 respecto de la presencia de una premisa empírica en la antinomia del mentiroso, y la posibilidad de eliminar dicha premisa.

de la verdad, diremos que la oración es verdadera si la nieve es blanca, y falsa si la nieve no es blanca. Por consiguiente, si la definición de verdad ha de conformarse a nuestra concepción, debe implicar la siguiente equivalencia:

La oración 'la nieve es blanca' es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca.

Obsérvese que la oración '*la nieve es blanca*' figura entre comillas en el primer miembro de esta equivalencia, y sin comillas en el segundo miembro. En el segundo miembro tenemos la oración misma, y en el primero el nombre de la oración. Empleando la terminología lógica medieval, también podríamos decir que en el segundo miembro las palabras '*la nieve es blanca*' figuran en *suppositio formalis*, y en el primero en *suppositio materialis*. Apenas hace falta explicar por qué debemos poner el nombre de la oración, y no la oración misma, en el primer miembro de la equivalencia. En primer lugar, desde el punto de vista de la gramática de nuestro lenguaje, una expresión de la forma '*X es verdadera*' no se convertirá en una oración significativa si en ella reemplazamos '*X*' por una oración o por cualquier otra cosa que no sea un nombre, ya que el sujeto de una oración sólo puede ser un nombre o una expresión que funcione como nombre. En segundo lugar, las convenciones fundamentales que regulan el uso de cualquier lenguaje requieren que, toda vez que nos pronunciemos acerca de un objeto, sea el nombre del objeto el que se emplee y no el objeto mismo. Por consiguiente, si deseamos decir algo acerca de una oración –por ejemplo,

que es verdadera— debemos usar el nombre de esa oración y no la oración misma.[3]

Puede agregarse que el poner una oración entre comillas no es, de ningún modo, la única manera de formar su nombre. Por ejemplo, suponiendo el orden usual de las letras de nuestro alfabeto, podemos usar la siguiente expresión como nombre (descripción) de la oración '*la nieve es blanca*':

> *La oración constituida por cuatro palabras, la primera de las cuales consiste en las letras 13a y 1a, la segunda en las letras 16a, 10a, 25a, y 6a, la tercera en las letras 6a y 22a, y la cuarta en las letras 2a, 13a, 1a, 16a, 3a y 1a del alfabeto castellano.*

Generalicemos ahora el procedimiento que acabamos de aplicar. Consideremos una oración arbitraria; la reemplazaremos por la letra '*p*'. Formemos el nombre de esta oración y reemplacémoslo por otra letra, por ejemplo, '*X*'. Nos preguntamos cuál es la relación lógica que existe entre las dos oraciones '*X es verdadera*' y '*p*'. Está claro que, desde el punto de vista de nuestra concepción básica de la verdad, estas oraciones son equivalentes. En otras palabras, vale la siguiente equivalencia:

(T) *X es verdadera si, y sólo si, p.*

Llamaremos "*equivalencia de la forma (T)*" a toda equivalencia de esta clase (en la que '*p*'

[3] En relación con diversos problemas lógicos y metodológicos vinculados con este trabajo, el lector puede consultar Tarski (6).

sea reemplazada por cualquier oración del lenguaje a que se refiere la palabra '*verdadero*', y '*X*' sea reemplazada por un nombre de esta oración).

Por fin podemos formular de manera precisa las condiciones en que consideraremos el uso y la definición del término '*verdadero*' como adecuado desde el punto de vista material: deseamos usar el término '*verdadero*' de manera tal que puedan enunciarse todas las equivalencias de la forma (T), y *llamaremos 'adecuada' a una definición de la verdad si de ella se siguen todas estas equivalencias*.

Debemos subrayar que ni la expresión (T) misma (que no es una oración sino sólo un esquema de oración), ni caso particular alguno de la forma (T) pueden considerarse como una definición de la verdad. Sólo podemos decir que toda equivalencia de la forma (T), obtenida reemplazando '*p*' por una oración particular, y '*X*' por un nombre de esta oración, puede considerarse una definición parcial de la verdad, que explica en qué consiste la verdad de esta oración individual. La definición general debe ser, en cierto sentido, una conjunción lógica de todas estas definiciones parciales.

(La última observación exige algunos comentarios. Un lenguaje puede admitir la construcción de infinitas oraciones; por lo tanto, el número de definiciones parciales de la verdad referentes a oraciones de dicho lenguaje también será infinito. De modo que, para darle a nuestra observación un sentido preciso, tendríamos que explicar qué se entiende por 'conjunción lógica'

de infinitas oraciones; pero esto nos llevaría muy lejos en la consideración de problemas técnicos de la lógica moderna.)

5. *La verdad como concepto semántico.* Propongo el nombre de '*concepción semántica de la verdad*' para designar la concepción de la verdad que se acaba de exponer.

La *semántica* es una disciplina que —para decirlo sin gran precisión— *se ocupa de ciertas relaciones entre las expresiones de un lenguaje y los objetos* (o "estados de cosas") *a que se "refieren" esas expresiones.* Como ejemplos típicos de conceptos semánticos mencionemos los de *designación, satisfacción* y *definición,* tal como figuran en los ejemplos siguientes:

> *La expresión 'el padre de este país' designa (denota) a George Washington; la nieve satisface la función proporcional* [sentential] *(la condición) 'x es blanca';*
>
> *la ecuación* '$2x = 1$' *define (determina unívocamente) el número* ½.

Mientras que las palabras '*designa*', '*satisface*' y '*define*' expresan relaciones (entre ciertas expresiones y los objetos a que se "refieren" estas expresiones), la palabra '*verdadero*' posee una naturaleza lógica diferente: expresa una propiedad (o denota una clase) de ciertas expresiones, a saber, de oraciones. Sin embargo, se ve fácilmente que todas las formulaciones que se dieron anteriormente (cfr. las secciones 3 y 4) y que tenían por finalidad explicar el significado

de esta palabra, no se referían a las oraciones mismas sino a objetos "acerca de los que hablan" estas oraciones, o posiblemente a "estados de cosas" descritas por ellas. Más aún, resulta que la manera más simple y natural de obtener una definición exacta de verdad es la que acarrea el uso de otras nociones semánticas, p. ej., la noción de satisfacción. Por estas razones incluimos el concepto de verdad que aquí tratamos entre los conceptos semánticos, y el problema de definir la verdad resulta estar estrechamente relacionado con el problema más general de echar los fundamentos de la semántica teórica.

Acaso valga la pena decir que la semántica, tal como se la concibe en este trabajo (y en trabajos anteriores del autor), es una disciplina sobria y modesta que no tiene pretensiones de ser una panacea universal para curar todos los males y las enfermedades de la humanidad, sean imaginarios o reales. No se encontrará en la semántica remedio alguno para la caries dental, el delirio de grandezas o los conflictos de clase. Tampoco es la semántica un artificio para establecer que todos, con excepción del que habla y sus amigos, dicen disparates.

Desde la antigüedad hasta nuestros días, los conceptos semánticos han desempeñado un importante papel en las discusiones de los filósofos, lógicos y filólogos. Sin embargo, estos conceptos se han tratado durante mucho tiempo con cierta sospecha. Desde el punto de vista histórico, esta sospecha está completamente justificada. Pues, aunque el significado de los conceptos semánticos, tal como se los usa en el lenguaje cotidiano, parece bastante claro e inteligible,

todas las tentativas de caracterizar este significado de manera general y exacta han fracasado. Y, lo que es peor, varios argumentos que implicaban estos conceptos, y que por lo demás parecían correctos y estar basados sobre premisas aparentemente obvias, conducían con frecuencia a paradojas y antinomias. Baste mencionar aquí la *antinomia del mentiroso*, la *antinomia de la definibilidad* (mediante un número finito de palabras) de Richard, y la *antinomia de los términos heterólogos*, de Grelling y Nelson.[9] Creo que el método esbozado en este trabajo ayuda a superar estas dificultades y asegura la posibilidad de lograr un uso coherente de los conceptos semánticos.

6. Lenguajes con una estructura especificada. A causa de la posible aparición de antinomias, el problema de especificar la estructura formal y el vocabulario de un lenguaje en que hayan de darse definiciones de conceptos semánticos se hace especialmente agudo. Nos ocuparemos ahora de este problema.

Hay ciertas condiciones generales en las cuales se considera *exactamente especificada* la estructura de un lenguaje. Para especificar la estructura de un lenguaje debemos, por ejemplo, caracterizar inequívocamente la clase de las palabras o expresiones que hayan de considerarse *significativas* [*meaningful*]. En particular, debemos

[9] La antinomia del mentiroso (atribuida a Eubúlides o Epiménides) se trata en las secciones 7 y 8. Para la antinomia de la definibilidad (debida a J. Richard) véase, p. ej., Hilbert-Bernays (1), vol. 2, pp. 263 y ss.; para la antinomia de los términos heterólogos, véase Grelling-Nelson (1), p. 307.

Indicar todas las palabras que hayamos decidido usar sin definirlas, y que se llaman '*términos indefinidos (o primitivos)*'; y debemos dar las llamadas *reglas de definición* para introducir *términos definidos* o nuevos. Más aún, debemos establecer criterios para distinguir, dentro de la clase de expresiones, aquellas que llamaremos '*oraciones*' ['*sentences*']. Por último, debemos formular las condiciones en que puede *afirmarse* una oración del lenguaje. En particular, debemos indicar todos los *axiomas* (u *oraciones primitivas*), esto es, oraciones que hayamos decidido afirmar sin prueba; y debemos dar las llamadas *reglas de inferencia* (o *reglas de prueba*) mediante las cuales podemos deducir nuevas oraciones afirmadas a partir de otras oraciones afirmadas previamente. Los axiomas, así como las oraciones que se deducen de ellos mediante las reglas de inferencia, se denominan '*teoremas*' u '*oraciones comprobables*'.

Si, al especificar la estructura de un lenguaje, nos referimos exclusivamente a la forma de las expresiones que comprenden, se dirá que el lenguaje está *formalizado*. En tal lenguaje, los teoremas son las únicas oraciones que pueden afirmarse.

En la actualidad, los únicos lenguajes que poseen una estructura especificada son los lenguajes formalizados de los diversos sistemas de lógica deductiva, posiblemente enriquecidos mediante ciertos términos no lógicos. Sin embargo, el campo de aplicación de estos lenguajes es bastante amplio; teóricamente podemos desarrollar en ellos varias ramas de la ciencia, por ejemplo, la matemática y la física teórica.

(En cambio, podemos imaginar la construcción de lenguajes que tienen una estructura exactamente especificada sin estar formalizados. En un lenguaje de este tipo la afirmabilidad [*assertability*] de las oraciones, por ejemplo, puede no depender siempre de su forma sino de otros factores, de índole no lingüística. Sería interesante e importante construir realmente un lenguaje de este tipo, y más particularmente un lenguaje que resultara suficiente para el desarrollo de una amplia rama de la ciencia empírica; pues esto justificaría la esperanza de que los lenguajes de estructura especificada terminarán por reemplazar el lenguaje cotidiano en el discurso científico.)

El problema de la definición de la verdad adquiere un significado preciso y puede resolverse en forma rigurosa solamente para aquellos lenguajes cuya estructura se ha especificado exactamente. Para otros lenguajes —por ejemplo, para todos los lenguajes naturales o "hablados"— el significado del problema es más o menos vago, y su solución sólo puede tener un carácter aproximado. *Grosso modo,* la aproximación consiste en reemplazar un lenguaje natural (o un trozo del mismo en que estemos interesados) por otro cuya estructura se especifica exactamente, y que difiere del lenguaje dado "tan poco como sea posible".

7. La antinomia del mentiroso. Para descubrir algunas de las condiciones más específicas que deben satisfacer los lenguajes en que (o para los cuales) haya de darse la definición de la verdad, es aconsejable comenzar con el tratamiento de la antinomia que implica directamente

la noción de verdad, a saber, la antinomia del mentiroso.

Para obtener esta antinomia en una forma clara,[10] consideremos la oración siguiente:

la oración impresa en la página 22, línea 5 de este trabajo, no es verdadera.

Para abreviar reemplazaremos la oración que acabamos de enunciar por la letra '*s*'.

De acuerdo con nuestra convención concerniente al uso adecuado del término '*verdadero*', afirmamos la siguiente equivalencia de la forma (T):

(1) *'s' es verdadera si, y solo si, la oración impresa en la página 22, línea 5 de este trabajo, no es verdadera.*

Por otra parte, teniendo presente el significado del símbolo '*s*', establecemos empíricamente el siguiente hecho:

(2) *'s' es idéntica a la oración impresa en la página 22, línea 5 de este trabajo.*

Ahora bien, por una ley familiar de la teoría de la identidad (ley de Leibniz), se sigue de (2) que en (1) podemos reemplazar la expresión *'la oración impresa en la página 22, línea 5 de este trabajo'* por el símbolo "*s*". Obtenemos así lo que sigue:

[10] Debida al profesor J. Lukasiewicz (Universidad de Varsovia).

(3) *'s' es verdadera si, y sólo si, 's' no es verdadera.*

De esta manera, hemos llegado a una contradicción evidente.

A mi juicio, sería erróneo y peligroso, desde el punto de vista del progreso científico, despreciar la importancia de esta y otras antinomias, tratándolas como bromas o sofistiquerías. Es un hecho que estamos en presencia de un absurdo, que nos hemos visto obligados a afirmar una oración falsa (puesto que (3), como equivalencia entre dos oraciones contradictorias, es necesariamente falsa). Si tomamos en serio nuestro trabajo no podemos tolerar este hecho. Debemos descubrir su causa, es decir, debemos analizar las premisas sobre las que se basa la antinomia; luego debemos rechazar por lo menos una de esas premisas, y debemos investigar las consecuencias que esto tiene para el dominio íntegro de nuestra investigación.

Debemos insistir en que las antinomias han desempeñado un papel prominente en el establecimiento de los fundamentos de las modernas ciencias deductivas. Y, así como las antinomias de la teoría de las clases —y en particular la antinomia de Russell (de la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas)— fueron el punto de partida de las tentativas exitosas por formalizar coherentemente la lógica y la matemática, por su parte la antinomia del mentiroso y otras antinomias semánticas dan origen a la construcción de la semántica teórica.

8. La incoherencia [inconsistency] *de los lenguajes semánticamente cerrados.* Analizando las suposiciones que conducen a la antinomia del mentiroso, observamos las siguientes:

(I) Hemos supuesto, implícitamente, que el lenguaje en que se construye la antinomia contiene, además de sus expresiones, los nombres de estas expresiones, así como términos semánticos tales como el término 'verdadero' referido a oraciones de este lenguaje; también hemos supuesto que todas las oraciones que determinan el uso adecuado de este término pueden afirmarse en el lenguaje. Un lenguaje que goza de estas propiedades se llamará "*semánticamente cerrado*"

(II) Hemos supuesto que en este lenguaje valen las leyes ordinarias de la lógica.

(III) Hemos supuesto que podemos formular y afirmar en nuestro lenguaje una premisa empírica, tal como el enunciado (2) que figuraba en nuestro argumento.

Resulta que la suposición (III) no es esencial, pues es posible reconstruir la antinomia del mentiroso sin su ayuda.[11] En cambio, se demuestra que las suposiciones (I) (II) son esenciales. Puesto que todo lenguaje que satisface

[11] Esto puede hacerse, a grandes rasgos, de la siguiente manera. Sea *S* un enunciado cualquiera que comience con las palabras '*Todo enunciado*'. Correlacionamos con *S* un nuevo enunciado *S** sometiendo a *S* a las siguientes modificaciones: reemplazamos en *S* la primera palabra, '*Todo*', por '*El*'; y después de la segunda palabra, '*enunciado*', insertamos toda la frase *S* entre comillas. Convengamos en llamar "(auto) aplicable" o no (auto) aplicable" al enunciado *S*, según que el enunciado correlacionado

ambas suposiciones es incoherente [*inconsistent*], debemos rechazar al menos una de ellas.

Sería superfluo subrayar en este punto las consecuencias del rechazo de la suposición (II), esto es, del cambio de nuestra lógica (suponiendo que esto fuera posible) aunque sólo fuera en sus partes más elementales y fundamentales. Por esto consideraremos solamente la posibilidad de rechazar la suposición (I). Decidiremos *no usar lenguaje alguno que sea semánticamente cerrado* en el sentido dado anteriormente.

Esta restricción sería, desde luego, inaceptable para quienes —por razones que no son claras para mí— creen que hay un solo lenguaje "genuino" (o, al menos, que todos los lenguajes "genuinos" son mutuamente traducibles). Sin embargo, esta restricción no afecta las necesidades o los intereses de la ciencia de una manera esencial. Los lenguajes (sea los formalizados o —lo que ocurre con mayor frecuencia— los trozos del lenguaje cotidiano) que se usan en el discurso científico no tienen por qué ser semánticamente cerrados. Esto es obvio en el caso en que los fenómenos lingüísticos y, en particular, las nociones semánticas, no intervienen de manera alguna en el asunto de una ciencia; pues en tal caso el lenguaje de esta ciencia

S* sea verdadero o falso. Consideremos ahora el enunciado siguiente:

Todo enunciado es no aplicable.

Es fácil comprobar que el enunciado que acaba de formularse debe ser a la vez aplicable y no aplicable; por consiguiente, constituye una contradicción. Puede no ser del todo claro en qué sentido esta formulación de la antinomia no envuelve una premisa empírica; pero no me detendré más en este punto.

no necesita ser provisto de términos semánticos. Sin embargo, veremos en la próxima sección cómo puede prescindirse de lenguajes semánticamente cerrados incluso en aquellas discusiones científicas que incluyen esencialmente nociones semánticas.

Se presenta el problema de la posición que ocupa el lenguaje cotidiano a este respecto. A primera vista parecería que este lenguaje satisficiera las suposiciones (I) y (II), y que por ello es incoherente. Pero en realidad el caso no es tan simple. Nuestro lenguaje cotidiano no es, ciertamente, un lenguaje que posea una estructura exactamente especificada. No sabemos con precisión cuáles expresiones son oraciones, y sabemos aún menos cuáles oraciones pueden tomarse como afirmables. De manera que el problema de la coherencia carece de sentido exacto respecto de este lenguaje. En el mejor de los casos sólo podemos arriesgarnos a conjeturar que un lenguaje cuya estructura ha sido especificada exactamente, y que se parece a nuestro lenguaje cotidiano tanto como sea posible, es incoherente.

9. *Lenguaje, objeto y metalenguaje.* Puesto que hemos acordado no emplear lenguajes semánticamente cerrados, debemos usar dos lenguajes diferentes al tratar el problema de la definición de la verdad y, en general, todos los problemas semánticos. El primero de estos lenguajes es el lenguaje acerca del que "se habla", y que es el tema de toda la discusión; la definición de la verdad que estamos buscando se aplica a las oraciones de este lenguaje. El segundo es el

lenguaje en que "hablamos acerca del" primer lenguaje, y en cuyos términos deseamos, en particular, construir la definición de verdad para el primer lenguaje. Denominaremos *lenguaje-objeto* al primer lenguaje y *metalenguaje* al segundo.

Obsérvese que estos términos, "lenguaje-objeto" y "metalenguaje", sólo tienen un sentido relativo. Por ejemplo, si nos interesa la noción de verdad aplicada a oraciones, no de nuestro lenguaje-objeto originario sino de su metalenguaje, este último se convierte automáticamente en el lenguaje objeto de nuestra discusión; y para definir la verdad para este lenguaje, debemos ir a un nuevo metalenguaje, a un metalenguaje, por así decir, de un nivel superior. De esta manera llegamos a toda una jerarquía de lenguajes. El vocabulario del metalenguaje está determinado, en gran parte, por las condiciones enunciadas anteriormente, en las que se considerará materialmente adecuada una definición de la verdad. Recordemos que esta definición debe implicar todas las equivalencias de la forma (T):

(T) *X es verdadera si, y sólo si, p.*

La definición misma, y todas las equivalencias implicadas por ella, han de formularse en el metalenguaje. En cambio, el símbolo '*p*' que figura en (T) representa una oración arbitraria de nuestro lenguaje objeto. Por consiguiente, toda oración que figure en el lenguaje-objeto también debe figurar en el metalenguaje; en otras palabras, el metalenguaje debe contener al lenguaje-objeto como parte de él. Esto es al menos necesario para probar que la definición

es adecuada aun cuando la definición misma puede formularse a veces en un metalenguaje menos amplio que no satisface esta condición.

(La condición en cuestión puede modificarse un tanto, pues basta suponer que el lenguaje-objeto puede traducirse al metalenguaje; esto requiere cierto cambio de la interpretación del símbolo '*p*' en (T). En todo lo que sigue ignoraremos la posibilidad de esta modificación.) Más aún, el símbolo '*X*' que figura en (T) representa el nombre de la oración representada por '*p*' Vemos, pues, que el metalenguaje debe tener la riqueza suficiente para dar la posibilidad de construir un nombre para cada una de las frases del lenguaje objeto.

Además, el metalenguaje debe contener, obviamente, términos de carácter lógico general, tal como la expresión 'si y sólo si'.[12]

Es deseable que el metalenguaje no contenga términos indefinidos, a excepción de los involucrados explícita o implícitamente en las observaciones precedentes (es decir, términos del lenguaje-objeto), de los términos referentes a la forma de las expresiones del lenguaje–objeto, de los términos que se usan para construir

[12] Los términos 'lógica' y 'lógico' se usan en este trabajo en un sentido amplio, que se ha tornado casi tradicional en las últimas décadas; la lógica comprende –según se supone aquí– toda la teoría de las clases y relaciones (esto es, la teoría matemática de los conjuntos). Por muchas y diferentes razones me inclino personalmente a usar el término 'lógica' en un sentido mucho más estrecho, a saber, de manera que sólo se aplique a lo que a veces se llama la "lógica elemental", es decir, al cálculo proposicional y al cálculo (restringido) de predicados.

nombres de estas expresiones, y de los términos lógicos. En particular, deseamos que *los términos semánticos* (referentes al lenguaje-objeto) *se introduzcan en el metalenguaje sólo por definición.* Pues, si se satisface este postulado, la definición de la verdad, o de cualquier otro concepto semántico, cumplirá lo que esperamos intuitivamente de toda definición; es decir, explicará el significado del término que se define en términos cuyos significados parecen completamente claros e inequívocos. Más aún, tendremos entonces una garantía de que el uso de conceptos semánticos no nos complicará en contradicciones.

No tendremos otros requisitos que imponer a la estructura formal del lenguaje-objeto y del metalenguaje; suponemos que es semejante a la de otros lenguajes formalizados conocidos en la actualidad. En particular, suponemos que en el metalenguaje se observan las habituales reglas formales de definición.

10. Condiciones de una solución positiva del problema principal. Ahora ya tenemos una idea clara, tanto de las condiciones de adecuación material a que se sujetará la definición de la verdad, como de la estructura formal del lenguaje en que haya de construirse esta definición. En estas circunstancias, el problema de definir la verdad adquiere el carácter de un problema determinado de naturaleza puramente deductiva. Sin embargo, la solución del problema no es en manera alguna obvia, y no la daría en detalle sin usar toda la maquinaria de la lógica contemporánea. En este lugar me limitaré a esbozar la

solución y a tratar algunos de los puntos de mayor interés general comprendidos en ella. La solución resulta ser unas veces positiva y otras negativa. Esto depende de ciertas relaciones formales entre el lenguaje-objeto y su metalenguaje; o, más específicamente, del hecho de si el metalenguaje en su parte lógica es "*esencialmente más rico*" que el lenguaje-objeto, o no. No es fácil dar una definición general y precisa de esta noción de "riqueza esencial". Si nos limitamos a los lenguajes que se basan sobre la teoría lógica de los tipos, la condición para que el metalenguaje sea "esencialmente más rico" que el lenguaje-objeto es que contenga variables de un tipo lógico superior al de las del lenguaje-objeto.

Si no se satisface la condición de "riqueza esencial", usualmente puede demostrarse que es posible formular una interpretación del metalenguaje en el lenguaje-objeto; es decir, cualquier término dado del metalenguaje puede correlacionarse con un término bien determinado del lenguaje-objeto, de manera tal que las oraciones afirmables [*assertible*] de uno de los lenguajes resulten correlacionadas con oraciones afirmables del otro. De resultas de esta interpretación, la hipótesis de que en el metalenguaje se ha formulado una definición satisfactoria de verdad implica la posibilidad de reconstruir, en ese lenguaje, la antinomia del mentiroso; y esto nos obliga, a su vez, a rechazar la hipótesis en cuestión.

(El hecho de que el metalenguaje, en su parte no lógica, sea comúnmente más amplio que el lenguaje-objeto, no afecta la posibilidad de

interpretar el primero en el segundo. Por ejemplo, los nombres de las expresiones del lenguaje-objeto figuran en el metalenguaje, aunque en su mayor parte no figuran en el lenguaje-objeto; sin embargo, es posible interpretar estos nombres en términos del lenguaje-objeto.)

Vemos, pues, que la condición de "riqueza esencial" es necesaria para que sea posible dar una definición satisfactoria de la verdad en el metalenguaje. Si queremos desarrollar la teoría de la verdad en un metalenguaje que no satisfaga esta condición, debemos abandonar la idea de definir la verdad con la sola ayuda de los términos que hemos señalado anteriormente (en la sección 8). Debemos incluir entonces el término '*verdadero*', o algún otro término semántico, en la lista de los términos indefinidos del metalenguaje, expresando las propiedades fundamentales de la noción de verdad en una serie de axiomas. No hay nada que sea esencialmente incorrecto en semejante procedimiento axiomático, y puede resultar útil para diversos fines.[13]

Sucede, sin embargo, que puede evitarse este procedimiento. Pues *la condición de "riqueza esencial" del metalenguaje resulta ser, no sólo necesaria, sino también suficiente para construir una definición satisfactoria de la verdad;* es decir, si el metalenguaje satisface esta condición, en él puede definirse la noción de verdad. Indicaremos ahora, en términos generales, cómo puede llevarse a cabo esta construcción.

[13] Véase, sin embargo, Tarski (3), pp. 5 y ss.

11. La construcción de la definición (bosquejo).[14] A partir de la definición de otra noción semántica, la de *satisfacción*, puede obtenerse en forma muy sencilla una definición de verdad.

La de satisfacción es una relación entre objetos arbitrarios y ciertas expresiones llamadas '*funciones proposicionales*' [sentential functions]. Estas son expresiones tales como '*x es blanca*', '*x es mayor que y*', etc. Su estructura formal es análoga a la de las proposiciones; sin embargo, pueden contener variables de las llamadas libres (tales como '*x*' e '*y*' en '*x es mayor que y*') que pueden figurar en enunciados.

Al definir la noción de función proposicional en los lenguajes formalizados, comúnmente aplicamos lo que se llama "procedimiento recursivo"; es decir, primero describimos funciones proposicionales de la estructura más simple (lo que comúnmente no ofrece dificultades) y luego indicamos las operaciones mediante las cuales pueden construirse funciones compuestas a partir de otras más simples. Una operación de este tipo puede consistir, por ejemplo, en formar la disyunción o la conjunción lógica de dos funciones dadas, es decir, en combinarlas por las palabras '*o*' o '*y*'. Una oración [*sentence*] puede definirse ahora simplemente como una función proposicional que no contiene variables libres.

[14] El método de construcción que esbozaremos puede aplicarse mediando cambios apropiados a todos los lenguajes formalizados que se conocen en la actualidad; sin embargo, no se sigue que no podría construirse un lenguaje al que no pudiera aplicarse este método.

En lo que respecta a la noción de satisfacción, podríamos tratar de definirla diciendo que ciertos objetos *satisfacen* una función dada si ésta se convierte en una oración verdadera cuando reemplazamos sus variables libres por nombres de los objetos dados. En este sentido, por ejemplo, la nieve satisface la función proposicional '*x es blanca*', ya que la oración '*la nieve es blanca*' es verdadera. Pero, aparte de otras dificultades, no podemos emplear este método porque deseamos usar la noción de satisfacción para definir la verdad.

Para obtener una definición de satisfacción debemos aplicar nuevamente un procedimiento recurrente. Indicamos cuáles son los objetos que satisfacen las funciones proposicionales más simples; y luego enunciamos las condiciones en que los objetos dados satisfacen una función compuesta (suponiendo que sabemos cuáles son los objetos que satisfacen las funciones simples a partir de las cuales se construye la compuesta). Así, por ejemplo, decimos que ciertos números satisfacen la disyunción lógica '*x es mayor que y o x es igual a y*' si satisfacen por lo menos una de las funciones '*x es mayor que y*' o '*x es igual a y*'.

Una vez obtenida la definición general de satisfacción, observamos que también se le aplica automáticamente a las funciones proposicionales especiales que no contienen variables libres, es decir, a las oraciones, Resulta que para una oración hay sólo dos casos posibles: una oración o bien es satisfecha por todos los objetos, o no es satisfecha por objeto alguno. Por consiguiente, llegamos a una definición de

la verdad y de la falsedad diciendo simplemente que *una oración es verdadera si es satisfecha por todos los objetos, y falsa en caso contrario.*[15]

(Puede parecer extraño que hayamos elegido un rodeo para definir la verdad de una oración, en lugar de tratar de aplicar, por ejemplo, un procedimiento directo de recurrencia. La razón de esto es que las oraciones compuestas se construyen a partir de funciones proposicionales sencillas, pero no siempre a partir de oraciones simples; por consiguiente, no se conoce ningún método general de recurrencia que se aplique específicamente a las oraciones.)

Este tosco esbozo no aclara dónde y cómo está implicada la suposición de la "riqueza esencial" del metalenguaje; esto no se aclara

[15] Al llevar a la práctica esta idea surge cierta dificultad técnica. Una función proposicional puede contener un número arbitrario de variables libres; y la naturaleza lógica de la noción de satisfacción varía con este número. Así, por ejemplo, la noción en cuestión, aplicada a funciones de una variable, es una relación binaria entre estas funciones y objetos singulares; aplicada a funciones de dos variables se convierte en una relación ternaria entre funciones y pares de objetos; y así sucesivamente. Por consiguiente, estrictamente hablando no se nos presenta una sola noción de satisfacción sino infinitas nociones; y resulta que estas nociones no pueden definirse independientemente entre sí, sino que deben introducirse simultáneamente.

Para vencer esta dificultad empleamos la noción matemática de sucesión infinita (o, posiblemente, de sucesión finita con un número arbitrario de términos). Convenimos en considerar la satisfacción, no como una relación de orden superior entre funciones proposicionales y un número indenifido de objetos, sino como una relación binaria entre funciones y sucesiones de objetos. Con esta suposición, la formulación de una definición general y precisa de satisfacción ya no presenta dificultades; y un enunciado verdadero puede definirse ahora como aquel que es satisfecho por toda sucesión.

sino cuando se lleva a cabo la construcción de manera detallada y formal.[16]

12. Consecuencias de la definición. La definición de verdad esbozada precedentemente tiene muchas consecuencias interesantes.

En primer lugar, la definición resulta ser no sólo formalmente correcta, sino también materialmente adecuada (en el sentido establecido en la sección 4); en otras palabras, implica todas las equivalencias de la forma (T). A este respecto, es importante señalar que las condiciones de adecuación material de la definición determinan unívocamente la extensión del término '*verdadero*' Por esto, toda definición de la verdad que sea materialmente adecuada es necesariamente equivalente a la que hemos construido. La concepción semántica de la verdad no nos da, por así decir, ninguna posibilidad de elección entre diversas definiciones no equivalentes de esta noción.

Más aún, de nuestra definición podemos deducir

[16] Para definir por recurrencia la noción de satisfacción, debemos aplicar cierta forma de la definición por recurrencia que no se admite en el lenguaje-objeto. Luego, la "riqueza esencial" del metalenguaje puede consistir simplemente en admitir este tipo de definición. En cambio, se conoce un método general que haga posible la eliminación de todas las definiciones por recurrencia, reemplazándolas por definiciones normales, explícitas. Si tratamos de aplicar este método a la definición de satisfacción, vemos que, o bien debemos introducir en el metalenguaje variables de tipo lógico superior al de las que figuran en el lenguaje-objeto, o bien debemos suponer axiomáticamente, en el metalenguaje, la existencia de clases más amplias que todas aquellas cuya existencia puede establecerse en el lenguaje-objeto. Véase a este respecto Tarski (2), pp. 393 y ss., y Tarski (5), p. 110.

varias leyes de naturaleza general. En particular, con su ayuda podemos probar las *leyes de contradicción* y del *tercero excluido*, tan características de la concepción aristotélica de la verdad. Estas leyes semánticas no debieran identificarse con las leyes lógicas de contradicción y del tercero excluido, relacionadas con ellas; las leyes lógicas pertenecen al cálculo proposicional, es decir, a la parte más elemental de la lógica, y no incluyen para nada el término *'verdadero'*.

Aplicando la teoría de la verdad a los lenguajes formalizados de cierta clase muy amplia de disciplinas matemáticas, se obtienen otros resultados importantes; sólo se excluyen de esta clase disciplinas de un carácter elemental y de una estructura lógica muy elemental. Resulta que, para una disciplina de esta clase, *la noción de verdad nunca coincide con la de comprobabilidad* [*provability*]; pues todas las oraciones comprobables son verdaderas, pero hay oraciones verdaderas que no son comprobables.[17] Se sigue, entonces,

[17] A causa del desarrollo de la lógica moderna, la noción de prueba matemática ha sufrido una simplificación de grandes alcances. Un enunciado de una disciplina formalizada dada es comprobable si puede obtenerse a partir de los axiomas de esta disciplina por la aplicación de ciertas reglas de inferencia sencillas y puramente formales, tales como las de separación y sustitución. Por consiguiente, para mostrar que todos los enunciados comprobables son verdaderos, basta probar que todos los enunciados aceptados como axiomas son verdaderos, y que las reglas de inferencia, cuando se las aplica a enunciados verdaderos, producen nuevos enunciados verdaderos; y por lo común esto no ofrece dificultades.
En cambio, a causa de la naturaleza elemental de la noción de comprobabilidad, una definición precisa de esta noción sólo requiere medios lógicos bastante simples. En la mayoría de los casos, los artificios lógicos disponibles en la disciplina formalizada (con la que está relacionada la noción de comprobabilidad) son

que toda disciplina de este tipo es coherente pero incompleta; es decir, de dos oraciones contradictorias cualesquiera, a lo sumo una es comprobable y, lo que es más, existe un par de oraciones contradictorias ninguna de las cuales es comprobable.[18]

13. Extensión de los resultados a otras nociones semánticas. La mayor parte de los resultados obtenidos en las secciones anteriores al tratar

---

más que suficientes para estos fines. Sabemos, sin embargo, que en lo que respecta a la definición de la verdad vale justamente lo contrario. Por consiguiente, en general las nociones de verdad y de comprobabilidad no pueden coincidir; y, puesto que todo enunciado comprobable es verdadero, debe haber enunciados verdaderos que no son comprobables.

[18] La teoría de la verdad nos da, pues, un método general para efectuar pruebas de coherencia [*consistency*] en las disciplinas matemáticas formalizadas. Es fácil advertir, sin embargo, que una prueba de coherencia obtenida por este método puede poseer algún valor intuitivo —esto es, puede convencernos, o reforzar nuestra creencia, de que la disciplina en cuestión es realmente coherente— tan sólo en el caso de que logremos definir la verdad en términos de un metalenguaje que no contenga como parte el lenguaje-objeto (ver a este respecto una observación en la sección 9). Pues sólo en este caso pueden ser intuitivamente más simples y obvias las suposiciones deductivas del metalenguaje que las del lenguaje-objeto, aun cuando se satisfaga formalmente la condición de "riqueza esencial". Cf. también Tarski (3), p. 7. La incompletitud de una amplia clase de disciplinas formalizadas constituye el contenido esencial de un teorema fundamental de K. Gödel; cfr. Gödel (1), pp. 187 y ss. La explicación del hecho de que la teoría de la verdad conduce tan directamente al teorema de Gödel es bastante simple. Al deducir el resultado de Gödel a partir de la teoría de la verdad hacemos un uso esencial del hecho de que la definición de verdad no puede darse en un lenguaje que sea sólo tan "rico" como el lenguaje-objeto (cfr. nota 17); sin embargo, al establecer este hecho se aplica un método de razonamiento que está estrechamente relacionado con el usado (por primera vez) por Gödel. Puede añadirse que Gödel fue obviamente guiado, en su prueba, por ciertas consideraciones intuitivas concernientes a la noción de verdad, aun cuando esta noción no figure expícitamente en la prueba; cfr. Gödel (1), pp. 174 y ss.

la noción de verdad pueden extenderse, mediando cambios apropiados, a otras nociones semánticas; por ejemplo, a la noción de satisfacción (implicada en nuestra discusión precedente) y a las de *designación y descripción.*

Cada una de estas nociones puede analizarse siguiendo las líneas generales del análisis de la verdad. De esta manera pueden establecerse criterios para un uso adecuado de estas nociones; puede mostrarse que cada una de estas nociones, cuando se la usa en un lenguaje semánticamente cerrado de acuerdo con estos criterios, conduce necesariamente a una contradicción;[19] vuelve a tornarse indispensable una distinción entre el lenguaje-objeto y el metalenguaje; y en todos los casos la "riqueza esencial" del metalenguaje resulta ser una condición necesaria y suficiente para lograr una definición satisfactoria de la noción en cuestión. Por consiguiente, los resultados obtenidos al discutir una noción semántica particular se aplican al problema general de los fundamentos de la semántica teórica.

Dentro de la semántica teórica podemos definir y estudiar algunas otras nociones, cuyo contenido intuitivo es más complicado y cuyo origen semántico es menos evidente; nos referimos,

[19] Las nociones de designación y definición llevan directamente a las antinomias de Grelling-Nelson y de Richard (cfr. nota 9). Para obtener una antinomia a partir de la noción de satisfacción, construimos la siguiente expresión:

La función proposicional X *no satisface a* X.

Surge una contradicción cuando consideramos la cuestión de si esta expresión, que es claramente una función proposicional, se satisface a sí misma o no.

por ejemplo, a las importantes nociones de *consecuencia, sinonimia y significado.*[20]

En este trabajo nos hemos ocupado de la teoría de nociones semánticas vinculadas con un lenguaje-objeto individual (aun cuando en nuestros argumentos no han figurado propiedades específicas de este lenguaje). Sin embargo, también podríamos considerar el problema de desarrollar una *semántica general* que se aplique a una amplia clase de lenguajes objeto. Una parte considerable de nuestras observaciones previas puede extenderse a este problema general; sin embargo, a este respecto surgen ciertas dificultades nuevas que no discutiremos en este lugar. Sólo observaré que el método axiomático (mencionado en la sección 10) puede resultar el más apropiado para el tratamiento del problema.[21]

[20] Todas las nociones mencionadas en esta sección pueden definirse en términos de satisfacción. Podemos decir, p. ej., que un término dado designa un objeto dado si este objeto satisface la función proposicional '*x es idéntico a T*', donde '*T*' representa al término dado. Análogamente, se dirá que una función proposicional define un objeto dado si este último es el único objeto que satisface esta función. Para una definición de consecuencia, véase Tarski (4), y para la de sinonimia, Carnap (2).

[21] La semántica general es el tema de Carnap (2). A este respecto véanse también observaciones de Tarski (2), pp. 388 y ss.

II. Observaciones polémicas

14. La concepción semántica de la verdad ¿es la "correcta"? Comenzaré la parte polémica de este trabajo haciendo algunas observaciones generales.

Espero que nada de lo que aquí se diga se interprete como una pretensión de que la concepción semántica de la verdad es la "correcta" o aun la "única posible". No tengo la menor intención de contribuir de manera alguna a esas discusiones interminables y a menudo violentas sobre el asunto: "¿Cuál es la concepción correcta de la verdad?".[22] Confieso que no entiendo de qué se trata en esas disputas; pues el problema mismo es tan vago que no es posible alcanzar una solución determinada. En efecto, me parece que nunca se ha aclarado el sentido en que se usa la oración "la concepción correcta". En la mayoría de los casos se tiene la impresión de que la oración se usa en un sentido casi místico que se funda en la creencia de que toda palabra tiene un solo significado "real" (idea de tipo platónico o aristotélico), y que todas las concepciones rivales realmente intentan cap-

[22] Cfr. varias citas en Ness (1), pp. 13 y ss.

tar este significado único; pero, puesto que se contradicen entre sí, sólo una de las tentativas puede tener éxito, y por lo tanto una sola de las concepciones es la "correcta".

Las disputas de este tipo no se restringen, en modo alguno, a la noción de verdad. Se producen en todos los dominios en que se usa el lenguaje común, con su vaguedad y ambigüedad, en lugar de una terminología exacta, científica; y carecen siempre de sentido y son, por ello, vanas. Me parece evidente que el único enfoque racional de estos problemas es el siguiente: debiéramos aceptar el hecho de que no nos enfrentamos con un concepto sino con diversos conceptos diferentes denotados por una palabra; debiéramos tratar de aclarar estos conceptos todo lo posible (mediante la definición, o un procedimiento axiomático, o de alguna otra manera); para evitar más confusiones, debiéramos convenir en usar diferentes términos para designar los diferentes conceptos; y luego podremos emprender un estudio tranquilo y sistemático de todos estos conceptos que exhiba sus principales propiedades y relaciones mutuas.

Para referirnos específicamente a la noción de verdad, sin duda acontece que en las discusiones filosóficas —y quizá también en el uso cotidiano— pueden encontrarse algunas concepciones incipientes de esta noción que difieren esencialmente de la clásica (y de la cual la concepción semántica no es sino una forma modernizada). En efecto, en la literatura se han discutido varias concepciones de esta clase; por ejemplo, la concepción pragmatista, la teoría de la coherencia, etc.

Me parece que ninguna de estas concepciones ha sido formulada, hasta ahora, de una manera inteligible e inequívoca. Sin embargo, esto puede cambiar; puede venir una época en que nos veamos frente a varias concepciones de la verdad, incompatibles pero igualmente claras y precisas. Se hará entonces necesario. abandonar el uso ambiguo del término *'verdadero'*, introduciendo en su lugar diversos términos, cada uno de los cuales denote una noción diferente. Personalmente, no me sentiría herido si un futuro congreso mundial de "teóricos de la verdad" decidiera, por mayoría de votos, reservar la palabra *'verdad'* para una de las concepciones no clásicas y sugiriera otra palabra, por ejemplo *'ferdad'*, para designar la concepción que aquí consideramos. Pero no puedo imaginar que nadie pueda presentar argumentos sólidos en sostén de la tesis de que la concepción semántica es "equivocada" y debe abandonarse por entero.

15. Corrección formal de la definición de la verdad que se ha sugerido. Las objeciones específicas que se han formulado a mis investigaciones pueden dividirse en varios grupos, que discutiremos por separado.

Creo que prácticamente todas estas objeciones se aplican, no a la definición especial que he propuesto, sino a la concepción semántica de la verdad en general. Aun aquellas que se formularon contra la definición propuesta podrían referirse a cualquier otra definición que se conformara a esta concepción.

Esto se aplica, en particular, a aquellas objeciones

que conciernen a la corrección formal de la definición. He oído unas pocas objeciones de esta clase; sin embargo, dudo mucho que cualquiera de ellas pueda ser tratada seriamente. Como ejemplo típico citaré en sustancia una de estas objeciones.[23] Al formular la definición usamos necesariamente conectivas proposicionales, es decir, expresiones tales como *'si . ., entonces'*, *'o'*, etc. Ellas aparecen en el definiens; y una de ellas, a saber, la frase *'si, y sólo si'*, se emplea comúnmente para combinar el definiendum con el definiens. Sin embargo, es bien sabido que el significado de las conectivas proposicionales se explica en lógica con ayuda de las palabras *'verdadero'* y *'falso'*; por ejemplo, decimos que una equivalencia, es decir, un enunciado de la forma *'p si, y sólo si q'* es verdadero si sus dos miembros —esto es, las oraciones representadas por *'p'* y *'q'*— son verdaderos, o son falsos. Por lo tanto, la definición de la verdad implica un círculo vicioso. Si esta objeción fuera válida no sería posible ninguna definición formalmente correcta de la verdad; pues no podemos formular ninguna oración compuesta sin usar conectivas proposicionales u otros términos lógicos definidos con su ayuda. Afortunadamente, la situación no es tan grave.

Sin duda, un desarrollo estrictamente deductivo de la lógica es precedido a menudo por ciertas declaraciones que explican en qué condiciones se consideran verdaderas o falsas oraciones de la forma *'si p, entonces q'*, etc. (Tales explica-

[23] No citaremos los nombres de las personas que han formulado objeciones, a menos que dichas objeciones hayan sido publicadas.

ciones se dan a menudo esquemáticamente, mediante las llamadas tablas de verdad.) Sin embargo, esas declaraciones están fuera del sistema de la lógica, y no debieran considerarse como definiciones de los términos en cuestión. No se formulan en el lenguaje del sistema, sino que constituyen consecuencias especiales de la definición de la verdad que se da en el metalenguaje. Más aún, esas declaraciones no influyen de manera alguna el desarrollo deductivo de la lógica. Pues en tal desarrollo no tratamos la cuestión de si una oración dada es verdadera: sólo nos interesa el problema de si es comprobable.[24]

En cambio, desde el momento en que nos encontramos dentro del sistema deductivo de la lógica o de cualquier disciplina basada sobre la lógica, tal como la semántica —tratamos las conectivas proposicionales como términos indefinidos, o bien las definimos mediante otras correctivas proposicionales, pero nunca mediante términos semánticos tales como *'verdadero'* o *'falso'*. Por ejemplo, si convenimos en considerar las expresiones *'no'* y *'si. . ., entonces'* (y posiblemente también *'si y sólo si'*) como términos indefinidos, podemos definir *'o'* diciendo que una oración

[24] Debe subrayarse, sin embargo, que en lo que respecta a la cuestión de un presunto círculo vicioso la situación no cambiaría aun cuando adoptáramos un punto de vista diferente, tal como el de Carnap (2); esto es, si consideráramos la especificación de las condiciones en que son verdaderas las oraciones de un lenguaje como parte esencial de la descripción de ese lenguaje. En cambio, puede observarse que el punto de vista representado en el texto no excluye la posibilidad de usar tablas de verdad en un desarrollo deductivo de la lógica. Sin embargo, estas tablas deben considerarse meramente como un instrumento formal para verificar la comprobabilidad de ciertas oraciones; y los símbolos '*T*' y '*F*' que figuran en ellas, y que usualmente se consideran abreviaturas de *'verdadero'* y *'falso'*, no debieran interpretarse en ninguna forma intuitiva.

de la forma *'p o q'* es equivalente a la oración correspondiente de la forma *'si no p, entonces q'*. La definición puede formularse, por ejemplo, de la manera siguiente:

(p o q) si, y sólo si (si no p, entonces q).

Obviamente, esta definición no contiene términos semánticos.

Sin embargo, un círculo vicioso surge en la definición sólo cuando el definiens contiene, ya el término que se define, ya otros términos definidos con su ayuda. Vemos así claramente que el uso de las conectivas proposicionales en la definición del término semántico *'verdadero'* no acarrea círculo alguno.

Mencionaré otra objeción que encontré en la literatura y que también parece concernir a la corrección formal, si no de la definición misma de verdad, al menos a los argumentos que conducen a esta definición.[25]

El autor de esta objeción se equivoca al considerar el esquema (T) de la sección 4 como una definición de la verdad. Objeta a esta presunta definición que está afectada de una "brevedad

[25] Cfr. Juhos (1). Debo admitir que no entiendo claramente las objeciones de Juhos y que no sé cómo clasificarlas; por esto me limito a ciertos puntos de carácter formal. Von Juhos parece ignorar mi definición de la verdad; sólo se refiere a una presentación informal en Tarski (3), en la que la definición no aparece para nada. Si conociera la definición real tendría que cambiar su argumento. Sin embargo, no dudo de que también en esta definición descubriría algunos "defectos". Pues él cree que ha probado que "por razones de principio es imposible dar tal definición".

inadmisible, es decir, incompletitud", que "no nos da un medio para decidir si por 'equivalencia' se entiende una relación lógico-formal, o bien no lógica y también estructuralmente no descriptible". Para eliminar este "defecto" sugiere completar (T) de una de las dos maneras siguientes:

(T') *X es verdadera si, y sólo si, p es verdadera.*

(T") *X es verdadera si, y sólo si, se da p (es decir, si ocurre lo que declara p).*

Luego discute estas dos nuevas "definiciones", que estarían libres del "defecto" formal de la vieja, pero que resultan insatisfactorias por otras razones, de índole no formal.

Esta nueva objeción parece surgir de una incomprensión relativa a la naturaleza de las conectivas proposicionales (por lo cual está de alguna manera relacionada con la que tratamos anteriormente). El autor de la objeción no parece advertir que la frase *'si, y sólo si'* (contrariamente a oraciones tales como *'son equivalentes'*, o *'es equivalente a')* no expresa una relación entre oraciones, puesto que no combina nombres de oraciones.

En general, todo el argumento se funda sobre una obvia confusión entre oraciones y sus nombres. Baste señalar que —a diferencia de (T)— los esquemas (T') y (T") no dan ninguna expresión significativa si en ellos sustituimos *'p'* por una oración; pues las oraciones *'p es verdadera'* y *'se da p'* (es decir, *'lo que declara p ocurre')* pierden significado si se reemplaza *'p'* por una

oración, y no por el nombre de una oración (cfr. la sección 4).[26]

Mientras que el autor de la objeción considera el esquema (T) como "inadmisiblemente breve", por mi parte me inclino a considerar los esquemas (T') y (T'') como "inadmisiblemente largos". Y hasta creo que puedo probar rigurosamente esta afirmación sobre la base de la siguiente definición: Se dice que una expresión es "inadmisiblemente larga" si (I) no es significativa y (II) se ha obtenido a partir de una expresión significativa insertándole palabras superfluas.

16. *Redundancia de términos semánticos; su posible eliminación.* La objeción que me propongo discutir ahora no concierne ya a la corrección formal de la definición, pero con todo trata de ciertos rasgos formales de la concepción semántica de la verdad.

Hemos visto que esta concepción consiste, en esencia, en considerar la oración *'X es verdadera'* como equivalente a la oración denotada por *'X'* (donde *'X'* representa un nombre de una oración del lenguaje-objeto). Por consiguiente, el término *'verdadero'*, cuando aparece en una oración simple de la forma *'X es verdadera'*, puede eliminarse fácilmente, y la oración misma, que

[26] Las oraciones *'p es verdadera'* y *'ocurre p'* [*'p is the case'*] (o, mejor, *'es verdad que p'* y *'ocurre que p'*) se usan a veces en tratamientos informales, principalmente por razones estilísticas; pero se las considera sinónimas de la oración representada por *'p'*. En cambio, en la medida en que entiendo la situación, las oraciones en cuestión no pueden ser usadas por Juhos como sinónimas de *'p'*; pues de lo contrario la sustitución de (T) por (T'') no constituiría ningún "adelanto".

pertenece al metalenguaje, puede reemplazarse por una oración equivalente del lenguaje-objeto; y lo mismo se aplica a oraciones compuestas siempre que el término *'verdadero'* figure en ellas exclusivamente como parte de expresiones de la forma *'X es verdadera'*.

Por este motivo, algunos han insistido en que el término *'verdadero'*, en el sentido semántico, siempre puede eliminarse, y que por esta razón la concepción semántica de la verdad es del todo estéril e inútil. Y, puesto que las mismas consideraciones se aplican a otras nociones semánticas, se ha sacado la conclusión de que la semántica en su conjunto es un juego puramente verbal y, en el mejor de los casos, sólo un pasatiempo inofensivo.

Pero la cosa no es tan simple.[27] No siempre puede efectuarse esta clase de eliminación. No puede hacerse en el caso de los enunciados universales que expresan el hecho de que todos los enunciados de cierto tipo son verdaderos, o que todas las oraciones verdaderas tienen directa propiedad. Por ejemplo, en la teoría de la verdad podemos probar el siguiente enunciado:

Todas las consecuencias de los enunciados verdaderos son verdaderas.

Sin embargo, no podemos librarnos en este caso de la palabra *'verdadera'* en la forma sencilla que se ha puesto.

[27] Cfr. la discusión de este problema en Kokoszynska (1), pp. 161 y ss.

Además, aun en el caso de los enunciados particulares que tienen la forma *'X es verdadera'*, semejante eliminación sencilla no puede hacerse siempre. En efecto, la eliminación es posible sólo en aquellos casos en que el nombre del enunciado del que se dice que es verdadero figura en una forma que nos permite reconstruir el enunciado mismo. Por ejemplo, nuestro conocimiento histórico actual no nos da posibilidad alguna de eliminar la palabra *'verdadera'* de la siguiente oración:

> *La primera oración escrita por Platón es verdadera.*

Por supuesto, desde que tenemos una definición de la verdad, y desde que toda definición permite reemplazar el definiendum por su definiens, siempre es teóricamente posible eliminar el término *'verdadero'* en un sentido semántico. Pero ésta no sería la eliminación simple aludida anteriormente, y no daría como resultado la sustitución de un enunciado del metalenguaje por un enunciado del lenguaje-objeto.

Sin embargo, si alguien insistiera en que —a causa de la posibilidad teórica de eliminar la palabra *'verdadero'* sobre la base de su definición— el concepto de verdad es estéril, debe aceptar la conclusión de que todas las nociones definidas son estériles. Pero este resultado es tan absurdo y tan irrazonable históricamente, que no es necesario comentarlo. Por mi parte, me inclino más bien a concordar con quienes sostienen que los momentos de mayor avance creador de la ciencia coinciden con frecuencia con la introducción de nuevas nociones por medio de definiciones.

17. Conformidad de la concepción semántica de la verdad con los usos filosófico y vulgar. Se ha suscitado la cuestión de si la concepción semántica de la verdad puede considerarse como una forma precisa de la vieja concepción clásica de esta noción.

En la primera parte de este trabajo se citaron varias formulaciones de la concepción clásica (sección 3). Debo repetir que, a mi juicio, ninguna de ellas es bastante precisa y clara. Por consiguiente, la única manera segura de resolver la cuestión sería confrontar a los autores de aquellos enunciados con nuestra nueva formulación, y preguntarles si ella concuerda con sus intenciones. Desgraciadamente, este método no es practicable, porque dichos autores murieron hace algún tiempo.

En lo que a mi respecta, no tengo duda alguna de que nuestra formulación se conforma al contenido intuitivo de la de Aristóteles. Estoy menos seguro respecto de las formulaciones posteriores de la concepción clásica, pues son, por cierto, muy vagas.[28]

Más aún, se han expresado algunas dudas acerca de si la concepción semántica refleja la noción de verdad en su uso vulgar y cotidiano. Me doy cuenta (como ya lo he señalado) de que el sentido vulgar de la palabra *'verdadero'* —como

[28] La mayoría de los autores que han discutido mi obra sobre la noción de verdad opinan que mi definición se conforma a la concepción clásica de esta noción; véase, p. ej., Kotarbinski (2) y Scholz (1).

el de cualquier otra palabra del lenguaje cotidiano— es hasta cierto punto vago, y que su uso es más o menos fluctuante. Por lo tanto, el problema de asignarle a esta palabra un significado fijo y exacto queda relativamente poco especificado, y toda solución de este problema implica necesariamente cierta desviación respecto de la práctica del lenguaje cotidiano.

A pesar de todo esto, creo que la concepción semántica se conforma en medida considerable al uso vulgar, aunque me apresuro a admitir que puedo estar equivocado. Y, lo que es más pertinente, creo que la cuestión suscitada puede resolverse científicamente, aunque desde luego no mediante un procedimiento deductivo, sino con ayuda del método estadístico de la encuesta.

De hecho, semejante investigación se ha llevado a cabo, y algunos de sus resultados se han informado a congresos y han sido en parte publicados.[29]

Desearía subrayar que, en mi opinión, semejantes investigaciones deben llevarse a cabo con el máximo cuidado. Por ejemplo, si le preguntáramos a un muchacho de escuela secundaria, o a un adulto inteligente sin preparación filosófica especial, si considera que una oración es verdadera si concuerda con la realidad, o si designa una situación existente, puede resultar simplemente que no comprenda la pregunta; por consiguiente su respuesta, cualquiera que sea, carecerá de valor para nosotros. Pero su

[29] Cfr. Ness (1). Desgraciadamente, los resultados de la parte de la investigación de Ness que es particularmente importante para nuestro problema no se tratan en su libro; cfr. p. 148, nota 1.

respuesta a la pregunta acerca de si admitiría que la oración *'está nevando'* pueda ser verdadera aun cuando no esté nevando, o falsa aunque esté nevando, sería, naturalmente, muy importante para nuestro problema.

Por esto, nada me sorprendió (en una discusión dedicada a estos problemas) enterarme de que en un grupo de personas preguntadas sólo el 15% concordó en que *'verdadero'* significa para ellos *'concordante con la realidad'*, en tanto que el 90% convino en que una oración tal como *'está nevando'* es verdadera si, y solo si, está nevando. De modo que una gran mayoría de esas personas parecían rechazar la concepción clásica de la verdad en su formulación "filosófica", aceptando en cambio la misma concepción cuando se la formulaba en palabras sencillas (haciendo a un lado la cuestión de si se justifica en este lugar el uso de la oración "la misma concepción").

18. La definición en su relación con "el problema filosófico de la verdad" y con varias corrientes gnoseológicas. He oído la observación de que la definición formal de la verdad no tiene nada que ver con "el problema filosófico de la verdad".[30] Sin embargo, nadie me ha señalado jamás, en forma inteligible, en qué consiste este problema. Se me ha informado, a este respecto, que mi definición, aunque

[30] Aunque he oído esta opinión varias veces, sólo una vez la he visto escrita y, lo que por cierto es curioso, en una obra que no tiene un carácter filosófico; en Hilbert-Bernays (1), vol. II, p. 269 (donde, dicho sea de pasada, no se la expresa como objeción). En cambio, no he encontrado ninguna observación a este respecto en el tratamiento de mi obra por los filósofos profesionales (cfr. nota 1).

enuncia condiciones necesarias y suficientes para que una frase sea verdadera, en realidad no aprehende la "esencia" de este concepto. Como nunca he logrado entender lo que es la "esencia" de un concepto, permítaseme abandonar la discusión de este punto.

En general, no creo que exista algo así como "el problema filosófico de la verdad". Creo, en cambio, que hay varios problemas inteligibles e interesantes (pero no necesariamente filosóficos) concernientes a la noción de verdad, pero creo también que pueden formularse exactamente y resolverse, posiblemente, sólo sobre la base de una concepción precisa de esta noción. Si bien por una parte la definición de la verdad ha sido criticada por no ser suficientemente filosófica, por la otra se le han opuesto una serie de objeciones que la acusan de graves implicaciones filosóficas, todas ellas de naturaleza muy indeseable. Discutiré ahora una objeción especial de este tipo; trataré otro grupo de objeciones de esta clase en la próxima sección.

Se ha sostenido que —a causa de que una oración tal como 'la nieve es blanca' se considera semánticamente verdadera si la nieve es *de hecho* blanca (el subrayado es del crítico)— la lógica se encuentra envuelta en un realismo extremadamente acrítico.[31]

Si yo tuviera la oportunidad de discutir esta objeción con su autor, diría dos cosas. En primer lugar, le pediría que eliminase las palabras *'de hecho'*, que no figuran en la formulación

[31] Cfr. Gonseth (1), pp. 187 y ss.

original y que son equívocas, aun cuando no afecten el contenido. Pues estas palabras producen la impresión de que la concepción semántica de la verdad tiene por finalidad establecer las condiciones en que tenemos la garantía de poder afirmar cualquier oración, y en particular cualquier oración empírica. Pero bastará reflexionar brevemente para ver que esta impresión no es sino una ilusión; y creo que el autor de la objeción es víctima de la ilusión que él mismo creó.

En efecto, la definición semántica de la verdad nada implica respecto de las condiciones en que puede afirmarse una oración tal como (1)

La nieve es blanca.

Sólo implica que, siempre que afirmamos o rechazamos esta oración, debemos estar listos para afirmar o rechazar la oración correlacionada (2)

La oración 'la nieve es blanca' es verdadera.

De manera que podemos aceptar la concepción semántica de la verdad sin abandonar ninguna actitud gnoseológica que podamos haber tenido; seguimos siendo realistas ingenuos, realistas críticos o idealistas, empiristas o metafísicos: lo que hayamos sido antes. La concepción semántica es completamente neutral respecto de todas esas posiciones.

En segundo lugar, yo trataría de obtener alguna información respecto de la concepción de la verdad que, en opinión del autor de la objeción, no envuelva a la lógica en el más ingenuo de los

realismos. Diría que esta concepción debe ser incompatible con la semántica. Por ejemplo, debe haber oraciones que son verdaderas en una de estas concepciones sin ser verdaderas en la otra. Supongamos, v.gr., que la oración (1) es de esta clase. La verdad de esta oración es determinada, en la concepción semántica, por una equivalencia de la forma (T):

La oración 'la nieve es blanca' es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca.

Por consiguiente, en la nueva concepción debemos rechazar esta equivalencia, y por lo tanto, debemos aceptar su negación:

La oración 'la nieve es blanca' es verdadera, si y sólo si, la nieve no es blanca (o quizá, la nieve no es, de hecho, blanca).

Esto suena a paradoja. No considero absurda semejante consecuencia de la nueva concepción; pero temo un poco que alguien, en el futuro, pueda acusarla de envolver a la lógica en un "irrealismo extremadamente artificioso" En todo caso, me parece importante advertir que toda concepción de la verdad incompatible con la semántica tiene consecuencias de este tipo. Me he detenido un tanto en esta cuestión, no porque me parezca importante la objeción que hemos tratado, sino porque al discutirla han surgido ciertos puntos que debieran tomar en cuenta todos aquellos que, por diversas razones gnoseológicas, se inclinan a rechazar la concepción semántica de la verdad.

19. Los supuestos elementos metafísicos de la semántica. La concepción semántica de la verdad ha sido acusada varias veces de contener ciertos elementos metafísicos. Se han hecho objeciones de esta clase no sólo a la teoría de la verdad, sino a todo el dominio de la semántica teórica.[32]

No me propongo tratar el problema general de si es objetable la introducción de un elemento metafísico en la ciencia. El único punto que me interesará en este lugar será si, y en qué sentido, está envuelta la metafísica en el tema de nuestra discusión.

Toda la cuestión depende, evidentemente, de lo que se entienda por 'metafísica'. Por desgracia, esta noción es extremadamente vaga y equívoca. Cuando se escuchan discusiones sobre este tema, a veces se tiene la impresión de que el término 'metafísico' ha perdido todo significado objetivo, usándoselo tan sólo como una especie de invectiva filosófica.

Para algunos, la metafísica es una teoría general de los objetos (ontología), una disciplina que debe desarrollarse de una manera puramente empírica, y que difiere de otras ciencias empíricas tan sólo por su generalidad. No sé si realmente existe semejante disciplina (algunos cínicos pretenden que en filosofía es habitual

[32] Véase Nagel (1) y Nagel (2), pp. 471 y ss. Una observación dirigida, tal vez, en la misma dirección, se encuentra también en Weinberg (1), p. 77; véase, sin embargo, sus observaciones anteriores, pp. 75 y ss.

bautizar niños no nacidos); pero creo que, en todo caso, la metafísica así entendida no puede ser objetada por nadie, y apenas tiene conexiones con la semántica.

Pero la mayoría de las veces, el término 'metafísico' se usa como directamente opuesto —en uno u otro sentido— al término 'empírico'; en todo caso, es usado de esta manera por quienes se inquietan con el pensamiento de que pueda haberse introducido algún elemento metafísico en la ciencia. Esta concepción general de la metafísica toma varias formas más específicas.

Por ejemplo, algunos consideran que es sintomático de la presencia de un elemento metafísico en una ciencia cuando se emplean métodos de investigación que no son deductivos ni empíricos. Pero en el desarrollo de la semántica no pueden encontrarse vestigios de este síntoma (a menos que estén envueltos algunos elementos metafísicos en el lenguaje-objeto a que se refieren las nociones semánticas). En particular, la semántica de los lenguajes formalizados se construye de manera puramente deductiva.

Otros sostienen que el carácter metafísico de una ciencia depende principalmente de su vocabulario y, más específicamente, de sus términos primitivos. Así, por ejemplo, se dice que un término es metafísico si no es lógico ni matemático, y si no está asociado con un procedimiento empírico que nos permita decidir si una cosa es denotada por ese término, o no. Con respecto a esta opinión sobre la metafísica, baste recordar que un metalenguaje sólo incluye tres clases

de términos indefinidos: (I) términos tomados de la lógica, (II) términos del lenguaje-objeto correspondiente, y (III) nombres de expresiones del lenguaje-objeto. Es, pues, obvio que en el metalenguaje no figuran términos indefinidos de índole metafísica (a menos, nuevamente, que tales términos aparezcan en el propio lenguaje-objeto).

Hay, sin embargo, quienes creen que, aun cuando no figuren términos metafísicos entre los términos primitivos de un lenguaje, pueden introducirse por definición; a saber, mediante aquellas definiciones que no nos proveen de criterios generales para decidir si un objeto cae dentro del concepto definido. Se arguye que el término '*verdadero*' es de esta clase, ya que ningún criterio universal de verdad se deduce en forma inmediata de la definición de este término, y ya que se cree generalmente (y en cierto sentido hasta puede probarse) que jamás se encontrará semejante criterio. Este comentario sobre el carácter real de la noción de verdad parece perfectamente justo. Sin embargo, debe advertirse que la noción de verdad no difiere, a este respecto, de muchas nociones de la lógica, de la matemática, y de las partes teóricas de diversas ciencias empíricas, p.ej., de la física teórica.

En general, es preciso decir que si el término 'metafísico' se emplea en un sentido tan amplio que abarque ciertas nociones (o métodos) de la lógica, de la matemática o de las ciencias empíricas, se aplicará *a fortiori* a aquellas de la semántica. En efecto, como ya lo sabemos por la parte I de este trabajo, al desarrollar la

semántica de un lenguaje usamos todas las nociones de este lenguaje, y aplicamos un aparato lógico aún más poderoso que el que se usa en el lenguaje mismo. Por otra parte, puedo resumir los argumentos expuestos anteriormente, afirmando que en ninguna de las interpretaciones del término 'metafísico' que me son familiares o más o menos inteligibles, comprende la semántica términos metafísicos que le sean peculiares. Haré una última observación en relación con este grupo de objeciones. La historia de la ciencia muestra muchos ejemplos de conceptos que fueron juzgados metafísicos (en un sentido vago, pero en todo caso despectivo de este término) antes que fuera precisado su sentido; pero una vez que recibieron una definición rigurosa, formal, se evaporó la desconfianza que se les tenía. Como ejemplos típicos podemos mencionar los conceptos de números negativos e imaginarios en la matemática. Espero que el concepto de verdad y otros conceptos semánticos tengan un destino similar; y me parece, por lo tanto, que quienes han desconfiado de dichos conceptos a causa de sus presuntas implicaciones metafísicas debieran acoger con agrado el hecho de que se dispone ahora de definiciones precisas de ellos. Si a consecuencia de esto los conceptos semánticos perdiesen interés filosófico, no harían sino compartir el destino de muchos otros conceptos científicos, lo que no es de lamentar.

20. Aplicabilidad de la semántica a las ciencias empíricas especiales. Llegamos a las objeciones del último y acaso del más importante de los grupos. Se han expresado algunas fuertes dudas

acerca de si las nociones semánticas tienen o pueden encontrar aplicaciones en varios dominios de la actividad intelectual. En su mayoría, estas dudas han concernido a la aplicabilidad de la semántica al campo de la ciencia empírica, sea a las ciencias especiales o a la metodología general de este campo; aunque se ha expresado un escepticismo similar con respecto a las posibles aplicaciones de la semántica a las ciencias matemáticas y a su metodología.

Creo que es posible calmar un tanto estas dudas, y que no carece de fundamento cierto optimismo respecto del valor potencial de la semántica para varios dominios del pensamiento.

Para justificar este optimismo, creo que basta subrayar dos puntos bastante obvios. En primer lugar, el desarrollo de una teoría que formula una definición precisa de una noción y establece sus propiedades generales provee, *eo ipso*, de una base más firme para todas las discusiones en que se halle envuelta dicha noción; por esto, no puede ser indiferente para nadie que use esa noción y desee hacerlo de manera consciente y coherente. En segundo lugar, las nociones semánticas están de hecho comprendidas en varias ramas de la ciencia, y en particular de la ciencia empírica.

El hecho de que en la investigación empírica sólo tratemos con lenguajes naturales, y que la semántica teórica se aplique a estos lenguajes sólo con cierta aproximación, no afecta esencialmente al problema. Sin embargo, tiene sin duda la consecuencia de que el progreso de la semántica tendrá una influencia re-

tardada y algo limitada en este campo. Esta situación no difiere esencialmente de la que se presenta cuando aplicamos las leyes de la lógica a las discusiones de la vida diaria,o en general, cuando intentamos aplicar la ciencia teórica a los problemas empíricos.

En la psicología, la sociología y prácticamente en todas las humanidades están presentes, en mayor o menor grado, nociones semánticas. Así, por ejemplo, un psicólogo define el llamado cociente de inteligencia en términos del número de respuestas *verdaderas* (correctas) y *falsas* (incorrectas) que da una persona a ciertas preguntas; para un historiador de la cultura, puede ser de gran importancia el dominio de los objetos para los cuales una raza humana, en etapas sucesivas de su desenvolvimiento, posee *designaciones* adecuadas; un estudioso de la literatura puede estar intensamente interesado en el problema de si un autor dado siempre usa dos palabras dadas con el mismo *significado.* Los ejemplos de este tipo pueden multiplicarse indefinidamente.

El dominio más natural y promisorio para la aplicación de la semántica teórica es, claramente, la lingüística, esto es, el estudio empírico de los lenguajes naturales. Ciertas partes de esta ciencia se llaman incluso "semántica", a veces con un calificativo. Ocasionalmente se le da este nombre a ese trozo de la gramática que intenta clasificar todas las palabras de un lenguaje en partes de la oración, según lo que significan o designan las palabras. A veces se llama "semántica histórica" el estudio de la evolución de los significados en el desarrollo histórico de un lenguaje. En general, la totalidad de las investigaciones sobre relaciones

semánticas que figuran en un lenguaje natural se denomina "semántica descriptiva". La relación entre la semántica teórica y la descriptica es análoga a la que existe entre la matemática pura y la aplicada, o quizá a la que existe entre la física teórica y la experimental; el papel que desempeñan los lenguajes formalizados en la semántica puede compararse *grosso modo* al de los sistemas aislados en física.

Acaso sea innecesario decir que la semántica no puede encontrar aplicación directa alguna en las ciencias naturales tales como la física, la biología; etc.; pues en ninguna de estas ciencias tratamos con fenómenos lingüísticos, y aún menos con relaciones semánticas entre expresiones lingüísticas y objetos a que se refieren estas expresiones. En la sección siguiente veremos, sin embargo, que la semántica puede tener una especie de influencia indirecta sobre aquellas ciencias en que no intervienen directamente las nociones semánticas.

21. Aplicabilidad de la semántica a la metodología de las ciencias empíricas. Además de la lingüística, otro importante dominio de posibles aplicaciones de la semántica es la metodología de la ciencia; este término se usará aquí en un sentido amplio, que abarque la teoría de la ciencia en general. Independientemente de si la ciencia se concibe meramente como un sistema de enunciados o como una totalidad de ciertos enunciados y actividades humanas, el estudio del lenguaje científico constituye una parte esencial del tratamiento metodológico de una ciencia. Y me parece claro

que cualquier tendencia a eliminar nociones semánticas (tales como las de verdad y designación) de esta discusión la haría fragmentaria e inadecuada.[33] Más aún, tal tendencia no tiene razón de ser hoy día, cuando se han superado las principales dificultades que presenta el uso de los términos semánticos. La semántica del lenguaje científico debiera incluirse simplemente como parte de la metodología de la ciencia.

No me inclino, de modo alguno, a encargar a la metodología y, en particular, a la semántica —sea teórica o descriptiva— la tarea de aclarar los significados de todos los términos científicos. Esta tarea se deja a las ciencias que usan los términos, y en realidad es cumplida por ellas (de la misma manera en que, p. ej., la tarea de aclarar el significado del término '*verdadero*' se deja a la semántica, la que la lleva a cabo). Sin embargo, puede haber ciertos problemas especiales de esta clase, en que es deseable un enfoque metodológico, o incluso en que éste es necesario (quizás el problema de la noción de casualidad sea un buen ejemplo de esto); y en una discusión metodológica de semejantes problemas, las nociones semánticas pueden desempeñar un papel esencial. Así, pues, la semántica puede tener alguna influencia sobre cualquiera de las ciencias. Se presenta el problema de si la semántica puede ayudar a resolver problemas generales y, por decirlo así, clásicos de la metodología. Trataré con algún detalle un aspecto especial, aunque muy importante, de esta cuestión.

[33] Esta tendencia era evidente en obras anteriores de Carnap (véase, p. ej., Carnap (1), especialmente Parte V) y en escritos de otros miembros del Círculo de Viena. Cfr. a este respecto Kokoszynska (1) y Weinberg (1).

Uno de los principales problemas de la metodología de la ciencia empírica consiste en establecer las condiciones en que puede considerarse aceptable una teoría o una hipótesis empírica. Esta noción de aceptabilidad debe hacerse relativa a una etapa dada del desarrollo de una ciencia (o a un cierto cúmulo de conocimientos). En otras palabras, podemos considerarla provista de un coeficiente dependiente del tiempo; pues una teoría aceptable hoy puede ser insostenible mañana como resultado de nuevos descubrimientos científicos.

Parece *a priori* muy plausible que la aceptabilidad de una teoría depende de alguna manera de la verdad de sus enunciados, y que por consiguiente un metodólogo, en sus (hasta ahora bastante infructuosos) intentos de precisar la noción de aceptabilidad, puede esperar alguna ayuda de la teoría semántica de la verdad. Por consiguiente, nos preguntamos: ¿Hay algún postulado que pueda imponerse razonablemente a las teorías aceptables y que contenga la noción de verdad? Y, en particular, nos preguntamos si es razonable el siguiente postulado:

Una teoría aceptable no puede contener (o implicar) enunciado falso alguno.

La respuesta a esta última pregunta es claramente negativa. Pues, ante todo, estamos prácticamente seguros —sobre la base de nuestra experiencia histórica— que toda teoría empírica aceptada hoy será tarde o temprano rechazada o reemplazada por otra teoría. También es muy probable que la nueva teoría sea incompatible con la vieja; es decir, implicará un enunciado contradictorio con uno de los enunciados contenidos en la vieja

teoría. Por lo tanto, al menos una de las dos teorías debe incluir enunciados falsos, pese al hecho de que cada una de ellas es aceptada en cierto momento. En segundo lugar, el postulado en cuestión difícilmente podría ser satisfecho en la práctica; pues no conocemos, y es muy improbable que los encontremos, criterios de verdad que nos permitan mostrar que ningún enunciado de una teoría empírica es falso.

El postulado en cuestión podría considerarse, a lo sumo, como la expresión de un ideal de teorías sucesivamente más adecuadas en un dominio dado de la investigación; pero a esto apenas se le puede dar un significado preciso. Sin embargo, me parece que hay un importante postulado que puede imponerse razonablemente a las teorías empíricas aceptables, y que envuelve la noción de verdad. Está estrechamente relacionado con el que acabamos de tratar, pero es esencialmente más débil. Recordando que la noción de aceptabilidad está dotada de un coeficiente temporal, podemos darle a este postulado la siguiente forma:

> *Tan pronto como logramos mostrar que una teoría empírica contiene (o implica) frases falsas, ya no puede considerarse aceptable.*

En apoyo de este postulado quisiera hacer las siguientes observaciones.

Creo que todo el mundo concuerda en que una de las razones que pueden obligarnos a rechazar una teoría empírica es la prueba de su incoherencia [*inconsistency*]: una teoría se torna insostenible si logramos deducir de ella dos frases

contradictorias. Ahora podemos preguntar cuáles son los motivos usuales para rechazar una teoría por tales motivos. Quienes están familiarizados con la lógica moderna se inclinan a responder a esta cuestión de la siguiente manera: Una conocida ley lógica muestra que una teoría que nos permite deducir dos frases contradictorias también nos permite deducir cualquier enunciado; por consiguiente, tal teoría es trivial y carece de interés científico.

Tengo algunas dudas de que esta respuesta contenga un análisis adecuado de la situación. Creo que las personas que no conocen lógica moderna se inclinan tan poco a aceptar una teoría incoherente como quienes están totalmente familiarizados con ella; y probablemente esto se aplique incluso a quienes consideran (como aún ocurre con algunos) que la ley lógica sobre la que se basa el argumento es altamente controvertible y casi paradójica. No creo que cambiara nuestra actitud para con una teoría incoherente aun cuando decidiéramos, por alguna razón, debilitar nuestro sistema lógico privándonos de la posibilidad de deducir todo enunciado a partir de dos enunciados contradictorios cualesquiera.

Me parece que la auténtica razón de nuestra actitud es diferente, a saber: sabemos (aunque sólo sea intuitivamente) que una teoría incoherente debe contener ciertos enunciados falsos; y no nos inclinamos a considerar como aceptable ninguna teoría acerca de la cual se haya demostrado que contiene enunciados de esa clase. Hay varios métodos para mostrar que una teoría dada incluye enunciados falsos. Algunos se fundan sobre propiedades puramente lógicas

de la teoría en cuestión; el método que acabamos de tratar (esto es, la prueba de la incoherencia) no es el único método de este tipo, pero es el más simple y el que se aplica con mayor frecuencia en la práctica. Con ayuda de ciertas suposiciones referentes a la verdad de los enunciados empíricos, podemos obtener métodos que tienen la misma finalidad pero que no son de naturaleza puramente lógica. Si decidimos aceptar el postulado general sugerido más arriba, una aplicación exitosa de cualquiera de estos métodos tornará insostenible a la teoría.

22. Aplicaciones de la semántica a la ciencia deductiva. En lo que respecta a la aplicabilidad de la semántica a las ciencias matemáticas y a su metodología, esto es, a la matemática, estamos en una posición mucho más favorable que en el caso de las ciencias empíricas. Pues, en lugar de proponer razones que justifiquen algunas esperanzas para el futuro (haciendo así una especie de propaganda en favor de la semántica), podemos señalar resultados concretos que ya se han alcanzado.

Siguen expresándose dudas acerca de si la noción de enunciado verdadero —a diferencia de la de enunciado comprobable— puede tener importancia para las disciplinas matemáticas y desempeña algún papel en las discusiones acerca de la metodología de la matemática. Me parece, sin embargo, que precisamente esta noción de enunciado verdadero constituye una valiosísima contribución de la semántica a la metamatemática. Ya poseemos una serie de interesantes resultados metamatemáticos obte-

nidos con ayuda de la teoría de la verdad. Estos resultados conciernen a las relaciones mutuas entre la noción de verdad y la de comprobabilidad; establecen nuevas propiedades de esta última noción (que, como es sabido, es una de las nociones básicas de la metamatemática), y echan alguna luz sobre los problemas fundamentales de la coherencia y de la completitud. Los más importantes de estos resultados ya fueron considerados brevemente en la sección 12.[34]

Más aún, aplicando el método semántico podemos definir adecuadamente diversas nociones metamatemáticas de importancia que hasta ahora se han usado solamente en forma intuitiva; tales la noción de definibilidad o la de modelo de un sistema axiomático. De esta manera podemos encarar un estudio sistemático de estas nociones. En particular, las investigaciones sobre la definibilidad ya han producido algunos resultados interesantes, y prometen más para el futuro.[35]

[34] Para otros resultados obtenidos con ayuda de la teoría de la verdad, véase Gödel (2); Tarski (2), pp. 401 y ss.; y Tarski (5), pp. 111 y ss.

[35] Un objeto —p. ej., un número o un conjunto de números— se dice definible (en cierto formalismo) si existe una función proposicional que lo define; cfr. nota 20. Por consiguiente, el término 'definible', aunque de origen metamatemático (semántico), es puramente matemático en lo que respecta a su extensión, puesto que expresa una propiedad (denota una clase) de objetos matemáticos. Por consiguiente, la noción de definibilidad puede redefinirse en términos puramente matemáticos, aunque no dentro de la disciplina formalizada a que se refiere esta noción; con todo, la idea fundamental de la definición no cambia. Ver a este respecto, y también para mayores referencias bibliográficas, Tarski (1). En la literatura pueden encontrarse varios otros resultados concernientes a la definibilidad; p. ej., en Hilbert-Bernays (1), vol I, pp. 354 y ss., 369 y ss., 456 y ss., etc., y en

Hemos tratado las aplicaciones de la semántica a la metamatemática y no a la matemática propiamente dicha. Pero esta distinción entre matemática y metamatemática no tiene gran importancia. Pues la propia metamatemática es una disciplina deductiva y, por consiguiente, desde cierto punto de vista, es parte de la matemática; y es bien sabido que —a causa del carácter formal del método deductivo— los resultados que se obtienen en una disciplina deductiva pueden extenderse automáticamente a cualquier otra disciplina en que la disciplina dada encuentre una interpretación. Así, por ejemplo, todos los resultados metamatemáticos pueden interpretarse como resultados de la teoría de los números. Tampoco desde el punto de vista práctico existe una nítida línea divisoria entre la metamatemática y la matemática propiamente dicha; por ejemplo, las investigaciones sobre la definibilidad podrían incluirse en cualquiera de estos dominios.

23. Observaciones finales. Deseo concluir esta discusión con algunas observaciones generales y más bien libres acerca de la cuestión de la evaluación de las conquistas de la ciencia en términos de su aplicabilidad. Debo confesar que tengo varias dudas a este respecto.

Por ser matemático (y también lógico, y acaso

Lindenbaum-Tarski (1). Obsérvese que el término 'definible' se usa a veces en otro sentido, metamatemático pero no semántico; esto ocurre, por ejemplo, cuando decimos que un término es definible en otros términos (sobre la base de un sistema axiomático dado). Para una definición de modelo de un sistema axiomático, véase Tarski (4).

filósofo de cierta especie), he tenido oportunidad de asistir a muchas discusiones entre especialistas en matemática, donde el problema de la aplicación es especialmente agudo, y he observado en varias ocasiones el siguiente fenómeno: si un matemático desea disminuir la importancia de la obra de uno de sus colegas, digamos A, el mejor método que encuentra para hacerlo es preguntarle a qué pueden aplicarse sus resultados. El interrogado, puesto entre la espada y la pared, termina por desenterrar las investigaciones de otro matemático, B, como el lugar de las aplicaciones de sus propios resultados. Si a su vez B es sometido al mismo interrogatorio, se referirá a otro matemático C. Después de unos pocos pasos de esta clase se vuelve a hacer referencia a las investigaciones de A, cerrándose así la cadena.

Hablando más seriamente, no negaré que el valor de la obra de un hombre pueda aumentar por sus implicaciones para la investigación de otros y para la práctica. Creo, sin embargo, que es contrario al progreso de la ciencia medir la importancia de investigación alguna exclusiva o primordialmente en términos de su utilidad y aplicabilidad. Sabemos, por la historia de la ciencia, que muchos resultados y descubrimientos de importancia hubieron de esperar siglos hasta recibir aplicación en algún campo. Y, en mi opinión, hay otros factores de importancia que no pueden dejarse de lado al determinar el valor de una obra científica. Me parece que hay un dominio especial de necesidades humanas muy profundas e intensas, que están relacionadas con la investigación científica, y que son en muchos respectos similares a las necesidades

estéticas y acaso religiosas. Y también me parece que la satisfacción de estas necesidades debiera considerarse como una importante tarea de la investigación. Por consiguiente, creo que la cuestión del valor de una investigación cualquiera no puede contestarse adecuadamente sin tener en cuenta la satisfacción intelectual que producen los resultados de esa investigación a quienes la comprenden y estiman. Acaso sea impopular y anticuado decirlo, pero no creo que un resultado científico que nos dé una mejor comprensión del mundo y lo haga más armonioso a nuestros ojos deba tenerse en menos que, por ejemplo, una invención que reduzca el costo de la pavimentación de los caminos o mejore las instalaciones sanitarias del hogar.

Está claro que las observaciones que acabo de hacer son inútiles si se usa la palabra 'aplicación' en un sentido muy amplio y liberal. No es menos obvio, quizá, que nada se deduce, de estas observaciones generales, que concierna a los tópicos específicos que se han tratado en este trabajo; y realmente no sé si la investigación semántica puede ganar o perder con la introducción del patrón de valor que he sugerido.

Bibliografía

Sólo se da la lista de los libros y artículos a que se hace referencia en este trabajo.

Aristóteles (1), *Metaphysica* (*Works*, vol. VIII, traducción inglesa de W. D. Ross), Oxford, 1908.

Carnap, R. (1), *Logical Syntax of Language*, Londres y Nueva York, 1937.

Carnap, R. (2), *Introduction to Semantics*, Cambridge, 1942.

Gödel, K. (1), "Uber formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme, I", en *Monatschefte für Mathematik und Physik*, vol. XXXVIII, 1931, pp. 173-98.

Gödel, K. (2), "Uber die Länge von Beweisen", en *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol. VII, 1936, pp. 23-4.

Gonseth, F. (1), "Le Congrès Descartes. Questions de Philosophie Scientifique", en *Revue Thomiste*, vol. XLIV, 1938, pp. 183-93.

Grelling, K. y Nelson, L. (1), "Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti", en *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, vol. II (nueva serie), 1908, pp. 301-34.

Hofstadter, A. (1), "On Semantic Problems", en *The Journal of Philosophy*, vol. XXXV, 1938, pp. 225-32.

Hilbert, D., y Bernays, P. (1), *Grundlagen der Mathematik*, 2 vols., Berlín, 1934-1939.

Juhos, B. von (1), "The Truth of Empirical Statements", en *Analysis*, vol. IV, 1937, pp. 65-70.

Kokoszynska, M. (1), "Uber den absoluten Wahrheitsbegriff und einige andere semantische Begriffe", en *Erkenntnis*, vol. VI, 1936, pp. 143-65.

Kokoszynska, M. (2), "Syntax, Semantik und Wissenschaftslogik", en *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol. III, pp. 9-14, París, 1936.

Kotarbinski, T. (1), *Elementy teorji poznania, logiki formalnej i metodologji nauk (Elementos de teoría del conocimiento, lógica formal y metodología de las ciencias)*, en polaco, Lwów, 1929.

Kotarbinski, T. (2), "W sprawie pojecia prawdy" ("Sobre el concepto de verdad"), en *Przeglad filozoficzny*, vol. XXXVII, 1934, pp. 85-91 [traducción castellana en *Cuadernos de Epistemología*, nº 9, Buenos Aires, 1959].

Lindenbaum, A., y Tarski, A. (1), "Uber die Beschränktheit der Ausdrucksmittel deduktiver Theorien", en *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol. VII. 1936, pp. 15-23.

Nagel, E. (1), Reseña de Hofstadter (1), en *The Journal of Symbolic Logic*, vol. III, 1938, p. 90.

Nagel, E. (2), Reseña de Carnap (2), en *The Journal of Philosophy*, vol. XXXIX, 1942, pp. 468-73.

Ness, A. (1), "Truth" as Conceived by Those who are not Professional Philosophers", en *Skrifter utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo, II. Hist.-Filos. Klasse*, vol. IV, Oslo, 1938.

Neurath, O. (1), "Erster Internationaler Kongress für Einheit der Wissenschaft in Paris 1935", en *Erkenntnis*, vol. V, 1935, pp. 377-406.

Russell, B. (1), *An Inquiry into Meaning and Truth*, Nueva York, 1940.

Scholz, H. (1), Reseña de *Studia Philosophica*, vol. I, en *Deutsche Literaturzeitung*, vol. LVIII, 1937, pp. 1914-7.

Tarski, A. (1), "Sur les ensembles définissables des nombres réels. I", en *Fundamenta Mathematicae*, vol. XVII, 1931, pp. 210-39.

Tarski, A. (2), "Der Wahrheitsbegriff in der formalisierten Sprachen" (traducción alemana de un libro en polaco, 1933), en *Studia Philosophica*, vol. I, 1935, pp. 261-405 [incluido en *Logic, Semantics, Metamathematics*, Oxford 1956].

Tarski, A. (3), "Grundlegung der wissenschaftlichen Semantik", en *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol. III, París, 1936, pp. 1-8.

Tarski, A. (4), "Uber den Begriff der logischen Folgerung", en *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, vol. VII, París, 1937, pp. 1-11.

Tarski, A. (5), "On Undecidable Statements in Enlarged Systems of Logic and the Concept of Truth", en *The Journal of Symbolic Logic*, vol. IV, 1939, pp. 105-12.

Tarski, A. (6), *Introduction to Logic*, Nueva York, 1941 [traducción castellana: *Introducción a la lógica y a la metodología de las ciencias deductivas*, Buenos Aires, 1951].

Weinberg, J. (1), Reseña de *Studia Philosophica*, vol. I, en *The Philosophical Review*, vol. XLVII, pp. 70-7.